

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό.

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό

Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** α. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο γραπτό σας και να συμπληρώσετε την δεύτερη γραμμή του, αντιστοιχίζοντας το γράμμα κάθε σημείου της στήλης A με τον αριθμό της ιδιότητας που αναγράφεται στην στήλη B. **Μονάδες 5**

A	B	Γ	Δ	E
III	IV	I	IV	II

Στήλη A

- A. Βαρύκεντρο
τριγώνου
B. Έγκεντρο
τριγώνου.
Γ. Ορθόκεντρο
τριγώνου
Δ. Παράκεντρο
τριγώνου
E. Περίκεντρο
τριγώνου

Στήλη B

- I. Σημείο τομής των φορέων των υψών
ενός τριγώνου.
II. Σημείο που ισαπέχει από κάθε
κορυφή ενός τριγώνου
III. Σημείο τομής των διαμέσων ενός
τριγώνου.
IV. Σημείο που ισαπέχει από κάθε
φορέα πλευράς ενός τριγώνου

- β.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Ένα τρίγωνο που έχει μια γωνία οξεία είναι οξυγώνιο.

ΛΑΘΟΣ

(πρέπει να είναι και οι τρεις οξείες)

β. Δύο τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μια γωνία ίση είναι πάντοτε ίσα.

ΛΑΘΟΣ

(πρέπει να είναι η περιεχόμενη στις πλευρές)

γ. Το τετράπλευρο που έχει τις γωνίες του ίσες είναι ορθογώνιο.

ΣΩΣΤΟ

δ. Κάθε παραλληλόγραμμο με δύο διαδοχικές πλευρές ίσες είναι ρόμβος.

ΣΩΣΤΟ

ε. Αν ένα τετράπλευρο έχει ίσες διαγωνίους είναι ή ορθογώνιο ή ισοσκελές τραπέζιο.

ΛΑΘΟΣ

Μονάδες 10

B. Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο M της μεσοκαθέτου ενός ευθ. τμήματος AB ισαπέχει από τα άκρα του. **ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΙΙ σελίδα 42**

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και η διαγώνίός του $B\Delta$. Από τις κορυφές A και Γ φέρουμε τις κάθετες AE και ΓZ στη $B\Delta$, που την τέμνουν στα σημεία E και Z αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α. τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $\Gamma B Z$ είναι ίσα,

Μονάδες 10

β. το τετράπλευρο $A\Gamma Z E$ είναι παραλληλόγραμμο.

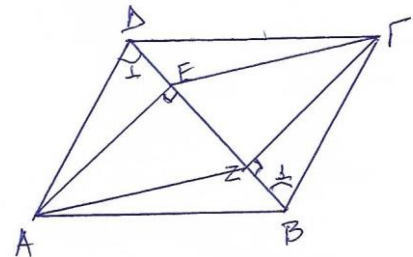
Μονάδες 15

Απάντηση

α. Τα ορθογώνια τρίγωνα $A\Delta E$, $\Gamma B Z$ έχουν

$A\Delta = B\Gamma$ (απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου) και

$\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ (εντός εναλλάξ γωνίες στις $A\Delta // B\Gamma$ τεμνόμενες από την $B\Delta$), άρα είναι ίσα (2 ομώνυμες πλευρές μία προς μία ίσες).



β. Επειδή $AE, \Gamma Z \perp B\Delta$ είναι $AE // \Gamma Z$. Επίσης $AE = \Gamma Z$ (αντίστοιχες κάθετες στα ορθογώνια του α. ερωτήματος). Άρα $A\Gamma Z E$ παραλληλόγραμμο (τετράπλευρο με δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες).

ΘΕΜΑ 3^ο

Από σημείο M εξωτερικό του κύκλου (O, R) φέρουμε τις εφαπτόμενες MA, MB του κύκλου. Προεκτείνουμε το OB κατά ίσο τμήμα BΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α. το τρίγωνο MOΓ είναι ισοσκελές.

β. $\widehat{AMΓ} = 3 \widehat{BMΓ}$.

Απάντηση

α. Επειδή $MB \perp OB$ (εφαπτόμενη του κύκλου) και B μέσον του OΓ ($OB = BΓ$) το MOΓ είναι ισοσκελές γιατί η διάμεσος MO είναι και ύψος.

Άρα MO είναι διχοτόμος στην γωνία της κορυφής.

Επομένως είναι $\widehat{OMB} = \widehat{BMΓ}$ (1).

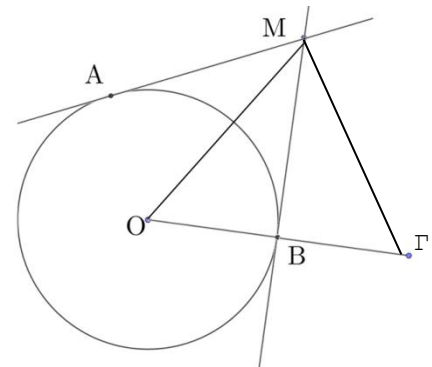
β.

Επίσης MO είναι διχοτόμος στην γωνία \widehat{AMB} (διακεντρική ευθεία από τα M), άρα $\widehat{AMO} = \widehat{OMB}$ (2).

Οπότε $\widehat{AMΓ} = \widehat{AMO} + \widehat{OMB} + \widehat{BMΓ} = 3\widehat{BMΓ}$ (από (1) και (2))

Μονάδες 10

Μονάδες 15



ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω τρίγωνο ABΓ και AΔ η διχοτόμος της γωνίας A, για την οποία ισχύει $AΔ = ΔΓ$. Η ΔE είναι διχοτόμος της γωνίας \widehat{ADB} και η ΔZ παράλληλη στην AB.

Να αποδείξετε ότι:

α. Τα τμήματα EΔ και AΓ είναι παράλληλα.

β. Το τρίγωνο EAD είναι ισοσκελές.

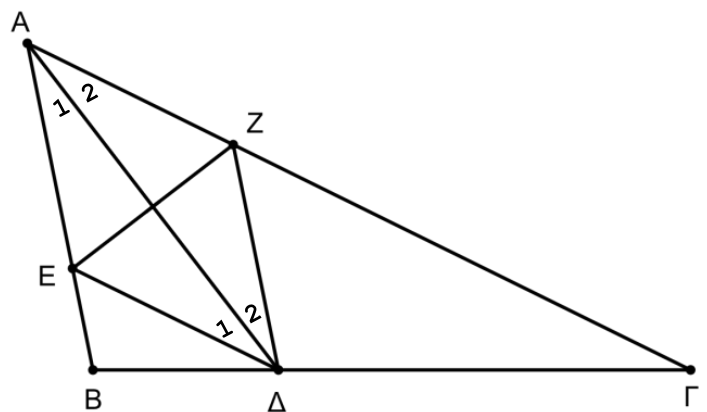
γ. Τα τμήματα AΔ και EZ διχοτομούνται.

Απάντηση

α. Είναι AΔΓ ισοσκελές και ΔE διχοτόμος της εξωτερ. γωνίας στο Δ άρα $ΔE \parallel AΓ$. (εφαρ. 1 σελ. 91).

β. Επειδή AΔ διχοτόμος είναι $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ (1). Επίσης $\widehat{D}_1 = \widehat{A}_2$ (εντός εναλλάξ στις $ΔE \parallel AΓ$ τεμνόμενες από AΔ). Άρα από (1) και (2) AΔE ισοσκελές (2 γωνίες ίσες).

γ. Επειδή $ΔZ \parallel AE$ και $AZ \parallel DE$ το AEAZ είναι παραλληλόγραμμο άρα οι AΔ και EZ διχοτομούνται (διαγώνιοι).



Μονάδες 9

Μονάδες 8

Μονάδες 8